

KANN DER DRUCK VON SCHLITTSCHUHEN EIS SCHMELZEN?

25.1.2010

Es ist immer diejenige Phase stabil, deren freie Enthalpie G am geringsten ist:

$$G = U + p \cdot V - TS$$

Entlang einer Phasengrenze im Phasendiagramm gilt:

$$\underbrace{\left(\frac{\partial G_1}{\partial T}\right)_p}_{-S_1} dT + \underbrace{\left(\frac{\partial G_1}{\partial p}\right)_T}_{V_1} dp = \underbrace{\left(\frac{\partial G_2}{\partial T}\right)_p}_{-S_2} dT + \underbrace{\left(\frac{\partial G_2}{\partial p}\right)_T}_{V_2} dp$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{\Delta S}{\Delta V}$$

Clausius-Clapeyron-Gleichung

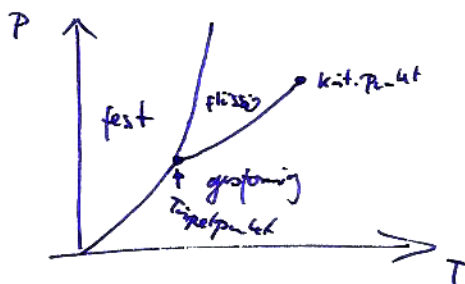
Für den Übergang Eis \rightarrow Wasser gilt:

ΔS ist positiv (Unordnung steigt)

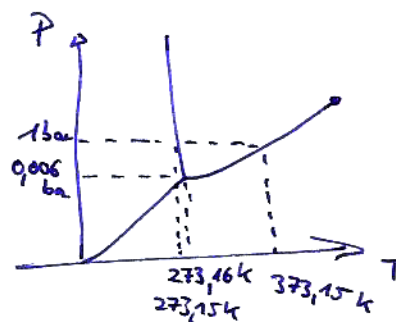
ΔV ist negativ (Volumen sinkt)

$\rightarrow \frac{dp}{dT}$ in Phasendiagramm hat negative Steigung

Stoff ohne Anomalie



Stoff mit Anomalie (Wasser)



Dass der Betrag der Steigung der Schmelzkurve von Wasser sehr groß ist, erkennst Du schon daran, dass der (uns bekannte) Schmelzpunkt bei 273,15 K liegt (bei 1 bar), der Tripelpunkt bei 273,16 K (und 0,006 bar). Die Steigung ergibt sich auch rechnerisch aus der spezif. Schmelzwärme Q_s von Wasser:

$$[1] \quad \frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{\Delta Q_s}{T(V_2 - V_1)}$$

$$= \frac{Q_{s \text{ spezif.}} \cdot m}{T \left(\frac{m}{S_2} - \frac{m}{S_1} \right)}$$

$$= \frac{Q_{s \text{ spezif.}}}{T \left(\frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} \right)} = \frac{334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{273,15 \text{ K} \cdot \left(\frac{1}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} - \frac{1}{934 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \right)} = -1,72 \cdot 10^7 \frac{\text{Pa}}{\text{K}} = 172 \frac{\text{bar}}{\text{K}}$$

Schlittschuhlaufen funktioniert aber auch bei sehr hohen Minustemperaturen! Der Druck genügt deshalb nicht als Erddämmung [2].

Zum Vergleich
Druck durch
Schlittschuhe:

$$p = \frac{F_G}{A} \approx \frac{700 \text{ N}}{(2 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2} = 12 \text{ bar}$$

[1] vgl. Baehr, Kabelac: Thermodynamik, Berlin: Springer 14.2009 S.184
 [2] zur Funktionsweise vgl. auch http://de.wikipedia.org/wiki/Schlittschuh